

# Нелинейные уравнения с частными производными

Лектор — доц. Розанова Ольга Сергеевна

8 семестр, весна 2012

## Уравнения с частными производными первого порядка. Уравнение характеристик.

- Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными. Уравнения характеристик и теоремы существования и единственности.

## Законы сохранения

- Квазилинейные законы сохранения. Нахождение решения з. с. в неявном виде.
- Условие Гюгонио (Римана-Ранкина-Гюгонио). Геометрическая интерпретация условия Гюгонио.
- Обобщенные решения в смысле интегрального тождества.
- Проблема неединственности обобщенного решения. Условия допустимости разрыва: условие Лакса, E-условие Олейник, энтропийное неравенство.
- Метод исчезающей вязкости.
- Допустимые решения. Единственность допустимого решения.
- Представление допустимого решения. Асимптотика допустимых решений при  $t \rightarrow \infty$  в норме  $C$  и  $L^1$  ( $N$ -волны).

## Гиперболические системы. Задача о распаде решения.

- Гиперболические системы законов сохранения.  $k$ -разрывы, волны разрежения, контактные разрывы.
- Задача Римана о распаде разрыва. Инварианты Римана.
- Уравнение газовой динамики.
- Энтропийные условия допустимости разрыва для систем.
- Явления, которые могут возникать, если система не является строго гиперболической. Неклассические разрывы.

### Регуляризации законов сохранения.

- Различные регуляризации законов сохранения.
- Уравнение Кортевега - де Вриза и солитоны.

### Немного о нелинейных параболических уравнениях.

- Нелинейные уравнения теплопроводности. Особенности распространения тепловых волн.

## Список литературы

- [1] А.Ю. Горицкий, С.Н. Кружков, Г.А. Чечкин, *Уравнения с частными производными первого порядка (учебное пособие)*, изд. ЦПИ при мехмате, 1999
- [2] Л. Эванс, *УрЧПы*
- [3] П. Лакс, *Гиперболические дифференциальные уравнения в частных производных*, РХД, 2010. (Глава 11)